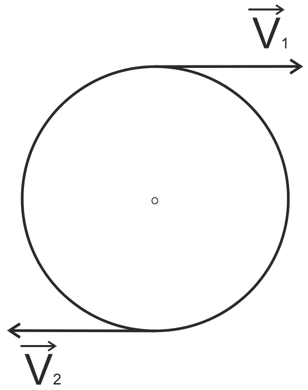
Вариант №1. Задача №1. Тело движется равномерно по окружности радиуса R = 15 см со скоростью V = 10 м/с. Найдите модуль средней скорости за половину периода $V_{ср}$.

Решение.



Чтобы найти модуль средней скорости надо модуль перемещения, т.е. диаметр окружности разделить на время движения:

$$V_{ср} = \frac{|\Delta \bar{r}|}{\Delta t} = \frac{2R}{T/2} = \frac{4R}{T};$$

подставим

$$T = \frac{2\pi R}{V};$$

и получим

$$V_{ср} = \frac{4RV}{2\pi R} = \frac{2V}{\pi} = \frac{20}{\pi} = 6{,}4\,\frac{м}{с}.$$

Ответ: $V_{ср} = \frac{2V}{\pi} = 6{,}4\,\frac{м}{с}.$

Вариант №1. Задача №2. Чему равна масса m_1 азота, который содержится в воздухе комнаты объемом V=75 м^3, если средняя квадратичная скорость молекул азота равна $u_{кв}$=500 м/с, а концентрация молекул азота в β=4 раза больше концентрации молекул кислорода. Считать, что воздух состоит только из азота и кислорода. Атмосферное давление равно P=10^5 Па.

Решение.

Применим уравнение Менделеева-Клайперона, в котором учтем, что в смеси газов количество вещества υ складывается из количеств вещества компонентов смеси υ_1 и υ_2, а также вспомним выражение связывающее среднеквадратическую скорость молекул газа с температурой.

$$\begin{cases} \nu_2 = \dfrac{\nu_1}{\beta}, \\ pV = (\nu_1 + \nu_2)RT, \\ U_{кв} = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu_1}}. \end{cases}$$

Из последнего соотношения выразим температуру $T = \frac{U_{кв}^2 \mu_1}{3R}$; и подставим в уравнение Менделеева-Клайперона:

$$pV = \frac{m_1 \mu_1 U_{кв}^2}{\mu_1 3R} \left(\frac{\beta + 1}{\beta} \right) R;$$

отсюда выразим m_1

$$m_1 = \frac{3pV\beta}{U_{кв}^2 (\beta + 1)} = 72 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_1 = \dfrac{3pV\beta}{U_{кв}^2 (\beta + 1)} = 72$ кг.

Вариант №1. Задача №3. Конденсатор неизвестной емкости C_1 заряжен до разности потенциалов $U_1 = 80$ В. При параллельном подключении этого конденсатора к конденсатору емкостью $C_2 = 60$ мкФ, заряженному до разности потенциалов $U_2 = 16$ В, разность потенциалов на батарее становится $U = 20$ В, если конденсаторы соединить обкладками одного знака. Определить емкость C_1.

Решение.

Запишем соотношения, являющиеся определением емкости для первого и второго конденсатора, пока они не были подключены друг к другу $C_1 = \frac{q_1}{U_1}$ $C_2 = \frac{q_2}{U_2}$ и после подключения $C = \frac{q}{U}$, также напишем соотношение для параллельного соединения конденсаторов $C = C_1 + C_2$, а также учтем, что при параллельном соединении обкладками одного знака заряды складываются $q = q_1 + q_2$.

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{q_1}{U_1}, \\ C_2 = \dfrac{q_2}{U_2}, \\ C = C_1 + C_2, \\ q = q_1 + q_2, \\ C = \dfrac{q}{U}. \end{cases}$$

Решим получившуюся систему уравнений

$$q_1 = C_1U_1;\ q_2 = C_2U_2 \ \Rightarrow C_1 + C_2 = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{U};$$

$$C_1 = C_2\frac{(U_2 - U)}{(U - U_1)} = 4 \text{ мкФ}.$$

Ответ: $C_1 = C_2\dfrac{(U_2 - U)}{(U - U_1)} = 4$ мкФ.

Вариант №1. Задача №4. Два математических маятника начинают колебаться одновременно. Когда первый маятник совершил $N_1 = 20$ полных колебаний, второй совершил только $N_2 = 10$ полных колебаний. Какова длина l_1 первого маятника, если длина второго $l_2 = 4$ м.

Решение.

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l_1}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l_2}} \\ t = N_1T_1 = N_2T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{N_1}{\sqrt{l_1}} = \frac{N_2}{\sqrt{l_2}};$$

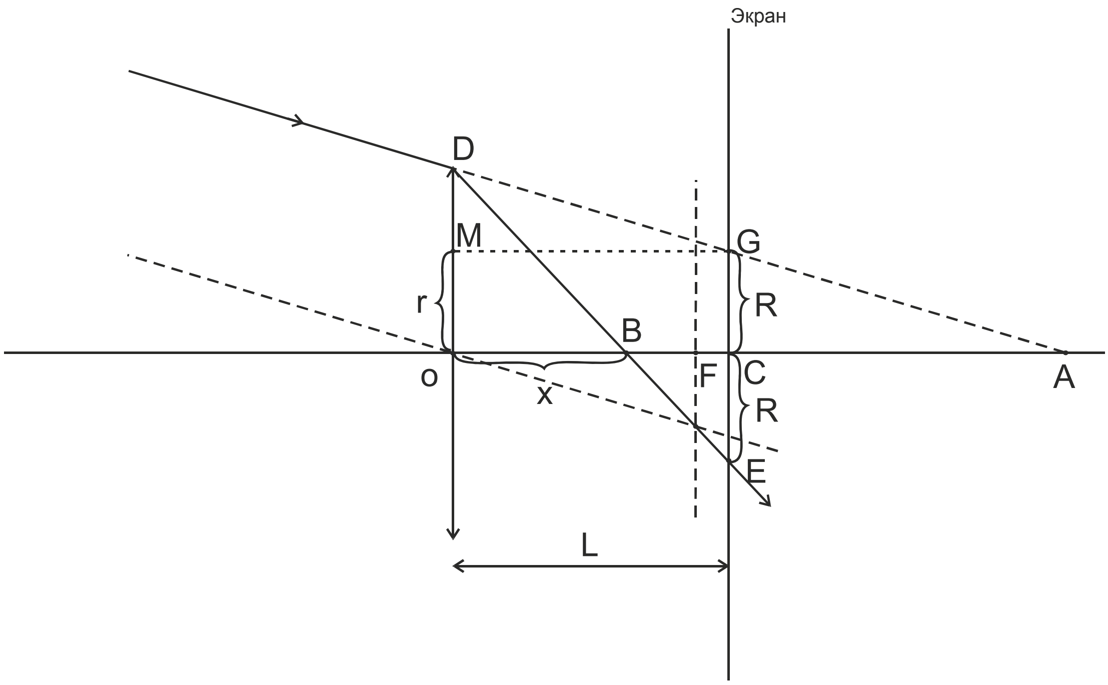
$$l_1 = \frac{N_1^2}{N_2^2}l_2 = 1 \text{ м}.$$

Ответ: $l_1 = \dfrac{N_1^2}{N_2^2}l_2 = 1$ м.

Вариант №1. Задача №5. Экран расположен на расстоянии $L = 21$ см от отверстия, в которое вставлена линза радиусом $r = 5$ см. На линзу падает сходящийся пучок лучей, в результате чего на экране образуется светлое пятно радиусом R = 3 см. Оказалось, что если линзу убрать, радиус пятна не изменится. Найти фокусное расстояние линзы.

Решение.

Нарисуем рисунок, соответствующий условию задачи:



Из рисунка видно, что ΔBOD подобен ΔBCE, следовательно:

$$\frac{r}{R} = \frac{x}{L - x} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{R + r}{rL};$$

аналогично:

$$\Delta DMG \propto \Delta DOA$$

$$\frac{r}{OA} = \frac{r - R}{L} \rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{r - R}{rL};$$

По правилам построения изображений в собирающей линзе видно, что если точка B - предмет, то точка A - его изображение, отсюда пишем формулу линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{x} - \frac{1}{OA};$$

и решаем получившуюся систему уравнений

$$\frac{1}{F} = \frac{R + r}{rL} - \frac{r - R}{rL};$$

$$F = \frac{rL}{2R} = 17{,}5 \text{ см}.$$

Ответ: $F = \frac{rL}{2R} = 17{,}5$ см.