ФИЗИКА

ВАРИАНТ 2024-К2-1

1. Тело падает вертикально вниз с высоты $h = 80$ м без начальной скорости. Определить модуль средней скорости падения $v_{\text{ср}}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.

2. Тело массой 10 кг находится на горизонтальной плоскости. На тело действует сила 50 Н, направленная под углом 30° к горизонту. Найти силу трения, если коэффициент трения 0,2. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.

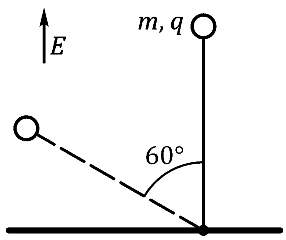
3. К источнику с э.д.с. 9 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключено нагрузочное сопротивление 20 Ом. Найдите мощность, выделяющуюся на нагрузке.

4. В катушке индуктивности сила тока изменяется равномерно от 0 до 10 ампер за 2 секунды, при этом возникает э.д.с. самоиндукции 50 В. Найдите индуктивность катушки.

5. На гладкой поверхности лежит брусок массы M. С двух противоположных сторон на него с равными по модулю скоростями движутся два одинаковых бруска массами m, причем столкновение их с бруском M происходит не одновременно (первый сталкивается раньше). При абсолютно неупругом столкновении первого бруска выделяется некоторое количество тепла Q_1, а при абсолютно неупругом столкновении второго бруска – Q_2. Найти отношение Q_1/Q_2.

6. Оболочка аэростата, находящегося на Земле, наполнена водородом на $\alpha = 7/8$ своего объема при температуре $t_1 = 17$°С. Аэростат поднялся на высоту, где давление $p_2 = 80$ кПа и температура $t_2 = -3$°С. Какова масса водорода, который в результате расширения вышел через клапан при подъеме? Объем оболочки $V = 800$ м^3. На поверхности Земли атмосферное давление $p_1 = 100$ кПа. Упругостью оболочки можно пренебречь.

7. В однородном электрическом поле напряженностью E (силовые линии вертикальны и направлены вверх) на невесомой нити удерживается шарик массой m и зарядом q. Найти разность натяжения нити для двух положений шарика: 1) шарик проходит через положение равновесия, будучи предварительно отклоненным на угол 60° от положения равновесия; 2) шарик покоится в положении равновесия.



8. В лабораторной системе отсчета (ЛСО) со скоростью $\vec{v} = \frac{c}{2}\vec{e}_x$ (c – скорость света, $\vec{e}_x$ – единичный вектор вдоль оси Ox) движется куб со стороной a. Одно из ребер куба параллельно оси Ox. Найти площадь поверхности куба S в ЛСО.

<u>Примечание.</u> *В задачах, где даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

До начала решения задач, пожалуйста, нарисуйте на первой странице чистовика следующую таблицу.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Решения

1. Тело падает вертикально вниз с высоты $h = 80$ м без начальной скорости. Определить модуль средней скорости падения $v_{ср}$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.

Решение:
Модуль средней скорости по определению

$$v_{ср} = \frac{|\overrightarrow{\Delta r}|}{\Delta t} = \frac{h}{t_{пол}},$$

где $\overrightarrow{\Delta r}$ – вектор перемещения тела из начальной в конечную точку, $t_{пол}$ – полное время перемещения, которое совпадает с временем падения.
Время падения находится из условия равноускоренного движения с начальной нулевой скоростью:

$$h = \frac{g t_{пол}^2}{2}.$$

Откуда

$$t_{пол} = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

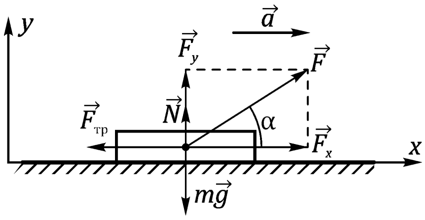
Следовательно,

$$v_{ср} = \sqrt{\frac{gh}{2}} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2. Тело массой 10 кг находится на горизонтальной плоскости. На тело действует сила 50 Н, направленная под углом 30° к горизонту. Найти силу трения, если коэффициент трения 0,2. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.

Решение:
Второй закон Ньютона, его проекции на координатные оси и сила трения скольжения:

$$m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр},$$
$$ma = F\cos\alpha - F_{тр},$$
$$0 = N + F\sin\alpha - mg,$$
$$F_{тр} = \mu N.$$



Отсюда сила трения скольжения

$$F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha) = 15\ \text{Н}.$$

Сравнивая результат с $F\cos\alpha = 43$ Н, можно убедиться, что тело действительно скользит.

3. К источнику с э.д.с. 9 В и внутренним сопротивлением 1 Ом подключено нагрузочное сопротивление 20 Ом. Найдите мощность, выделяющуюся на нагрузке.

Решение:
Мощность, выделяющаяся в нагрузке,

$$P = I^2 R.$$

Ток в сопротивлении

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}.$$

Таким образом,

$$P = \mathcal{E}^2 \frac{R}{(r + R)^2} \approx 3{,}67\ \text{Вт}.$$

4. В катушке индуктивности сила тока изменяется равномерно от 0 до 10 ампер за 2 секунды, при этом возникает э.д.с. самоиндукции 50 В. Найдите индуктивность катушки.

Решение:

Из формулы для э.д.с. самоиндукции

$$\mathcal{E} = \left| L\frac{\Delta I}{t} \right|,$$

где $\mathcal{E}$ – э.д.с. самоиндукции (ее абсолютная величина), L – индуктивность, ΔI – изменение силы тока за время t, непосредственно следует:

$$L = \mathcal{E}\frac{t}{\Delta I} = 10 \text{ Гн}.$$

5. На гладкой поверхности лежит брусок массы M. С двух противоположных сторон на него с равными по модулю скоростями движутся два одинаковых бруска массами m, причем столкновение их с бруском M происходит не одновременно (первый сталкивается раньше). При абсолютно неупругом столкновении первого бруска выделяется некоторое количество тепла Q_1, а при абсолютно неупругом столкновении второго бруска – Q_2. Найти отношение Q_1/Q_2.

Решение:

Очевидно, полный импульс системы из трех брусков равен нулю, поэтому после двух столкновений три «слипшихся» бруска будут покоиться, то есть кинетическая энергия системы после всех столкновений равна нулю. Следовательно, вся кинетическая энергия, которой система обладала до столкновений, перейдет в тепло Q, то есть

$$Q = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2,$$

где v – модуль скорости движения брусков m.

Закон сохранения импульса при первом столкновении:

$$mv = (M + m)V,$$

где V – скорость движения двух «склеившихся» брусков после первого столкновения. Отсюда

$$V = \frac{mv}{M + m}.$$

Количество тепла Q_1, выделившееся при первом столкновении, равно разности кинетических энергий до столкновения и после:

$$Q_1 = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M + m)V^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{m^2v^2}{2(M + m)}.$$

Количество тепла Q_2, выделившееся при втором столкновении, равно разности

$$Q_2 = Q - Q_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{m^2v^2}{2(M + m)}.$$

В результате алгебраических преобразований после сокращения $mv^2/2$ получается искомое отношение

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{M}{M + 2m}.$$

6. Оболочка аэростата, находящегося на Земле, наполнена водородом на $\alpha = 7/8$ своего объема при температуре $t_1 = 17°$С. Аэростат поднялся на высоту, где давление $p_2 = 80$ кПа и температура $t_2 = -3°$С. Какова масса водорода, который в результате расширения вышел через клапан при подъеме? Объем оболочки $V = 800$ м^3. На поверхности Земли атмосферное давление $p_1 = 100$ кПа. Упругостью оболочки можно пренебречь.

Решение:

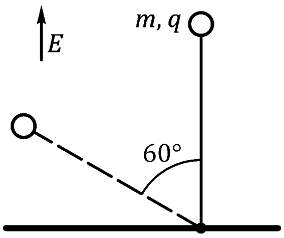
Давление газа в аэростате практически не отличается от наружного давления (тонкая оболочка не может выдержать сколько-нибудь значительного перепада давлений). При подъеме газ внутри аэростата расширяется, заполняет всю оболочку и только после этого начинает выходить через клапан. Массы m_1 и m_2 водорода внутри оболочки в начале и в конце подъема можно найти, воспользовавшись уравнением Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 \cdot \alpha V = \frac{m_1 R T_1}{M}, \qquad p_2 V = \frac{m_2 R T_2}{M},$$

где M – молярная масса водорода. Масса вышедшего водорода

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{MV}{R}\left(\frac{\alpha p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) = 1 \text{ кг}.$$

7. В однородном электрическом поле напряженностью E (силовые линии вертикальны и направлены вверх) на невесомой нити удерживается шарик массой m и зарядом q. Найти разность натяжения нити для двух положений шарика: 1) шарик проходит через положение равновесия, будучи предварительно отклоненным на угол 60° от положения равновесия; 2) шарик покоится в положении равновесия.



Решение:

При перемещении заряженного шарика из начального положения (отклонен на угол 60° от положения равновесия) в положение равновесия силы электрического поля совершают над зарядом работу

$$A = q(\varphi_{\text{нач}} - \varphi_{\text{конечн}}) = qE\ell(1 - \cos\alpha),$$

где ℓ – длина нити, α – угол между начальным и конечным положением нити. Согласно закону сохранения механической энергии, приращение полной механической энергии равно работе электрической силы. Эта работа идет на увеличение полной механической энергии шарика:

$$qE\ell(1 - \cos\alpha) = \frac{mv^2}{2} + mg\ell(1 - \cos\alpha).$$

При прохождении заряженным шариком положения равновесия согласно второму закону Ньютона

$$\frac{mv^2}{\ell} = mg + T_1 - qE = 0.$$

В случае, когда шарик покоится в положении равновесия:

$$mg + T_2 - qE = 0.$$

Отсюда

$$T_1 - T_2 = 4(qE - mg)\sin^2\frac{\alpha}{2} = qE - mg.$$

8. В лабораторной системе отсчета (ЛСО) со скоростью $\vec{v} = \frac{c}{2}\vec{e}_x$ (c – скорость света, $\vec{e}_x$ – единичный вектор вдоль оси Ox) движется куб со стороной a. Одно из ребер куба параллельно оси Ox. Найти площадь поверхности куба S в ЛСО.

Решение:

Длины ребер куба, параллельных оси Ox, в ЛСО будут сокращаться в соответствии с преобразованиями

$$a' = a\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Отсюда площадь поверхности куба в ЛСО

$$S = 2a^2 + 2(2aa') = 2a^2\left(1 + 2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = 2a^2(1 + \sqrt{3}) \approx 5{,}46a^2.$$

ФИЗИКА

ВАРИАНТ 2024-К3-1

1. Деревянный брусок массой m тянут равномерно по горизонтальной поверхности с помощью пружины, длина которой в процессе движения стала на ℓ больше, чем в нерастянутом состоянии. Коэффициент трения равен μ. Найти коэффициент жесткости пружины κ.

2. Один моль идеального газа переводят по изохоре из состояния с давлением P_1 и температурой T_1 в состояние, в котором давление увеличивается на некоторую величину ΔP, а температура становится равной T_2. Вычислить значение ΔP.

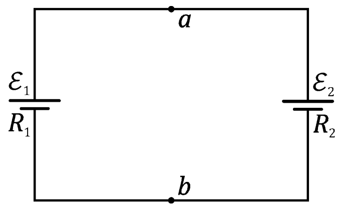
3. Одинаковые одноименные точечные заряды $q = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ м. Определить значение напряженности поля в третьей вершине треугольника.

4. Катушка, имеющая площадь поперечного сечения 10 см^2 и расположенная перпендикулярно магнитному полю с индукцией 6 Тл, поворачивается за 1 с на угол 90°. За это время в катушке наводится э.д.с. со средним значением 0,6 В. Определите количество витков катушки.

5. Два тела бросили из одной точки на поверхности Земли с одинаковыми скоростями под разными углами α и β к горизонту. Найти отношение максимальных высот подъема тел.

6. Два конденсатора емкостью $C_1 = 100$ мкФ и $C_2 = 300$ мкФ соединены последовательно, заряжены до некоторой разности потенциалов U_0 и отключены от батареи. Конденсаторы, не разряжая, разъединяют и соединяют параллельно одноименными обкладками. Во сколько раз изменится напряжение на первом конденсаторе?

7. Два аккумулятора, э.д.с. которых $\mathcal{E}_1 = 57$ В и $\mathcal{E}_2 = 32$ В, соединены как указано на рисунке. Чему равно отношение внутренних сопротивлений аккумуляторов R_2/R_1, если разность потенциалов между точками a и b равна 47 В? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



8. Точечный источник движется со скоростью V вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. С какой скоростью V движется изображение источника в тот момент, когда источник находится от линзы на расстоянии a?

Примечание. *В задачах, где даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.*

До начала решения задач, пожалуйста, нарисуйте на первой странице чистовика следующую таблицу.

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Решения

1. Деревянный брусок массой m тянут равномерно по горизонтальной поверхности с помощью пружины, длина которой в процессе движения стала на ℓ больше, чем в нерастянутом состоянии. Коэффициент трения равен μ. Найти коэффициент жесткости пружины κ.

Решение:
Уравнение второго закона Ньютона с учетом нулевого ускорения бруска:

$$0 = \kappa\ell - \mu m g.$$

Отсюда:

$$\kappa = \frac{\mu m g}{\ell}.$$

2. Один моль идеального газа переводят по изохоре из состояния с давлением P_1 и температурой T_1 в состояние, в котором давление увеличивается на некоторую величину ΔP, а температура становится равной T_2. Вычислить значение ΔP.

Решение:
По закону Шарля

$$\frac{P_1}{P_1 + \Delta P} = \frac{T_1}{T_2},$$

откуда

$$\Delta P = P_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right).$$

3. Одинаковые одноименные точечные заряды $q = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 1$ м. Определить значение напряженности поля в третьей вершине треугольника.

Решение:
Согласно принципу суперпозиции,

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – напряженности полей, созданных в точке A зарядами q, расположенными в вершинах треугольника. Так как заряды и расстояния до них равны, то модули этих напряженностей

$$E_1 = E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}.$$

Результирующий вектор $\vec{E}_A$ является диагональю ромба со стороной E_1 и острым углом 60°. Модуль этого вектора

$$E_A = 2E_1 \cos 30° = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\sqrt{3} = 6{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

4. Катушка, имеющая площадь поперечного сечения 10 см^2 и расположенная перпендикулярно магнитному полю с индукцией 6 Тл, поворачивается за 1 с на угол 90°. За это время в катушке наводится э.д.с. со средним значением 0,6 В. Определите количество витков катушки.

Решение:
Согласно закону Фарадея и определению потока вектора магнитной индукции:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \qquad \Phi = \text{BS}\cos\alpha.$$

Отсюда

$$\mathcal{E} = \frac{NBS\left(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}\right)}{\Delta t} \ \Rightarrow\ N = \frac{\mathcal{E}\Delta t}{BS} = 100.$$

5. Два тела бросили из одной точки на поверхности Земли с одинаковыми скоростями под разными углами α и β к горизонту. Найти отношение максимальных высот подъема тел.

Решение:

Пусть выбрана система координат с горизонтальной осью X и вертикальной осью Y. Пусть начальная скорость равна V. Тогда максимальная высота подъема первого тела определяется условием

$$V_y = V\sin\alpha - gt = 0.$$

Откуда

$$t = \frac{V\sin\alpha}{g}.$$

Тогда высота подъема

$$H_1 = \frac{gt^2}{2} = \frac{V^2\sin^2\alpha}{2g}.$$

Аналогично для второго тела

$$H_2 = \frac{V^2\sin^2\beta}{2g}.$$

Таким образом,

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}.$$

6. Два конденсатора емкостью $C_1 = 100$ мкФ и $C_2 = 300$ мкФ соединены последовательно, заряжены до некоторой разности потенциалов U_0 и отключены от батареи. Конденсаторы, не разряжая, разъединяют и соединяют параллельно одноименными обкладками. Во сколько раз изменится напряжение на первом конденсаторе?

Решение:

При последовательном соединении на конденсаторах будет накоплен один и тот же заряд q_0. После того, как конденсаторы соединили параллельно, заряд перераспределился между конденсаторами так, что на обкладках конденсаторов будет одно и то же напряжение U.
Из закона сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 = C_1U + C_2U = 2q_0.$$

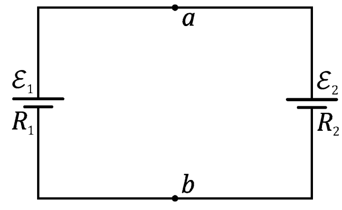
Напряжение на первом конденсаторе до того, как конденсаторы разъединили, связано с зарядом уравнением:

$$q_0 = C_1U_1.$$

Отсюда

$$\frac{U}{U_1} = \frac{2C_1}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2}.$$

7. Два аккумулятора, э.д.с. которых $\mathcal{E}_1 = 57$ В и $\mathcal{E}_2 = 32$ В, соединены как указано на рисунке. Чему равно отношение внутренних сопротивлений аккумуляторов R_2/R_1, если разность потенциалов между точками a и b равна 47 В? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



Решение:

Можно предположить, что ток I течет по часовой стрелке и потенциал точки a больше потенциала точки b. Тогда закон Ома для замкнутой цепи и закон Ома для неоднородного участка электрической цепи, включающей $\mathcal{E}_1$:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2}, \qquad I = \frac{(\varphi_b - \varphi_a) + \mathcal{E}_1}{R_1}.$$

После исключения тока получается уравнение

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2} = \frac{(\varphi_b - \varphi_a) + \mathcal{E}_1}{R_1}.$$

Откуда искомое отношение сопротивлений:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1 - (\varphi_a - \varphi_b)} - 1 = 1{,}5.$$

8. Точечный источник движется со скоростью V вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием F. С какой скоростью V движется изображение источника в тот момент, когда источник находится от линзы на расстоянии a?

Решение:

Пусть расстояние от линзы до изображения равно s. Тогда уравнение тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{s}.$$

Можно считать, что источник движется в сторону линзы. Тогда через малое время Δt линза станет ближе к источнику на расстояние $V\Delta t$. Если считать, что расстояние от источника до линзы больше фокусного, то при смещении линзы изображение будет удаляться от линзы на расстояние $V_2\Delta t$. При этом уравнение линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a - V\Delta t} + \frac{1}{s + V_2\Delta t}.$$

Исключая из уравнений s, можно найти:

$$V_2\Delta t = \frac{F^2 V\Delta t}{(a - F)(a - F - V\Delta t)}.$$

В силу малости времени величиной $V\Delta t$ в знаменателе можно пренебречь. Тогда после сокращения Δt

$$V_2 = V\left(\frac{F}{a - F}\right)^2.$$