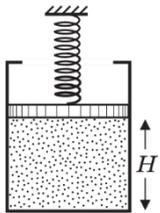


ФИЗИКА

ВАРИАНТ 2023-К3-1

1. Для материальной точки, движущейся вдоль оси OX , зависимость координаты от времени выражается уравнением: $x = 6 - 4t + t^2$, в котором все величины заданы в единицах СИ. Определить через $t_1 = 5$ с после начала движения скорость точки.
 2. На гладком полу лежит брусок, соединенный с вертикальной стеной недеформированной пружиной. Ось пружины горизонтальна, ее жесткость 50 Н/м. На брусок начинает действовать постоянная сила 4 Н, направленная вдоль оси пружины. Найдите максимальную деформацию пружины.
 3. Кабель состоит из медной жилы площадью поперечного сечения $0,85$ мм². Чему будет равна разность потенциалов на каждом километре кабеля при силе тока $0,1$ А. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-2}$ Ом·мм²/м.
 4. Предмет находится на расстоянии 20 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием 15 см. Найдите расстояние от изображения до линзы.
 5. Гайка, замороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лед с гайкой, сила натяжения нити уменьшилась на величину T ($T > 0$), а уровень воды в стакане повысился. Лед с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на величину H ($H > 0$). Чему равен объем гайки V_T ? Плотность воды ρ_v , плотность льда ρ_l , площадь внутреннего поперечного сечения стакана S , ускорение свободного падения g .
 6. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем весом $F = 20$ Н содержится идеальный одноатомный газ. Между поршнем и неподвижной опорой располагается пружина, жесткость которой $k = 200$ Н/м. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H = 30$ см, при этом пружина не деформирована. Какое количество теплоты Q нужно сообщить газу, чтобы поршень переместился на расстояние $\Delta h = 10$ см? Атмосферное давление не учитывать.
- 
7. Электрон влетает в однородное поле плоского конденсатора параллельно обкладкам. На участке длиной s он отклоняется на h мм от первоначального направления. Какую начальную скорость имел электрон, если разность потенциалов между обкладками конденсатора равна U , а расстояние между ними равно d .
 8. С какой скоростью v двигались в лабораторной системе отсчета (в ЛСО) часы, если за время $\tau = 5$ с (в ЛСО) они «отстали» от часов этой системы на $\Delta t = 0,10$ с? $c = 3 \cdot 10^8$ М/с – скорость света.

Примечание. В задачах, в которых даны числовые значения, необходимо сначала получить аналитический (буквенный) ответ; и только потом надо использовать численные данные из условия задачи для получения численного ответа.

До начала решения задач просьба нарисовать на первой странице чистовика таблицу

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Решение

Вариант 2023-К3-1

Задача 1. Для материальной точки, движущейся вдоль оси ОХ, зависимость координаты от времени выражается уравнением: $x = 6 - 4t + t^2$, в котором все величины заданы в единицах СИ. Определить через $t_1 = 5$ с после начала движения скорость точки.

Решение. В случае движения с постоянным ускорением уравнение для координаты имеет вид

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{at^2}{2}$$

А для проекции скорости

$$V_x = V_{0x} + a_x t$$

Сравнивая уравнения, находим уравнение для проекции скорости:

$$V_x = -4 + 2t$$

Найдём скорость в момент времени $t_1 = 5$ с, подставив это значение времени в уравнение:

$$V_{1x} = -4 + 2 \cdot 5 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача 2. На гладком полу лежит брусок, соединенный с вертикальной стеной недеформированной пружиной. Ось пружины горизонтальна, ее жесткость 50 Н/м. На брусок начинает действовать постоянная сила 4 Н, направленная вдоль оси пружины. Найдите максимальную деформацию пружины.

Решение. На брусок действует неконсервативная сила, поэтому приращение полной механической энергии равно работе этой силы: $\frac{kx^2}{2} - 0 = Fx$. Откуда:

$$x = \frac{2F}{k} = 16 \text{ см.}$$

Задача 3. Кабель состоит из медной жилы площадью поперечного сечения $0,85 \text{ мм}^2$. Чему будет равна разность потенциалов на каждом километре кабеля при силе тока 0,1 А. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$.

Решение. Сопротивление километра провода равно: $R = \rho \frac{l}{S}$.

Запишем закон Ома: $I = \frac{U}{R}$, отсюда $U = IR = I\rho \frac{l}{S} = 2 \text{ В}$.

Задача 4. Предмет находится на расстоянии 20 см от собирающей линзы с фокусным расстоянием 15 см. Найдите расстояние от изображения до линзы.

Решение. Запишем формулу линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$
$$f = \frac{Fd}{d - F} = 60 \text{ см.}$$

Задача 5. Гайка, замороженная в кусок льда, висит на нити. После того как снизу поднесли цилиндрический стакан с водой, в которую целиком погрузили лед с гайкой, сила натяжения нити уменьшилась на величину T ($T > 0$), а уровень воды в стакане повысился. Лед с гайкой при этом висит на нити в воде и не касается стенок и дна стакана. После того как лед растаял, гайка осталась висеть на нити, целиком погруженная в воду, а уровень воды в стакане за время таяния льда понизился на величину H ($H > 0$). Чему равен объем гайки V_{Γ} ? Плотность воды $\rho_{\text{в}}$, плотность льда $\rho_{\text{л}}$, площадь внутреннего поперечного сечения стакана S , ускорение свободного падения g .

Решение. Сила натяжения уменьшилась на величину выталкивающей силы:

$$T = \rho_{\text{в}}g(V_{\Gamma} + V_{\text{л}}), \quad (1)$$

где $V_{\text{л}}$ – объем льда.

Понижение уровня воды в стакане на H произошло из-за уменьшения объема вещества при превращении льда в воду:

$$HS = V_{\text{л}} - V_{\text{в}} = V_{\text{л}} - \rho_{\text{л}} V_{\text{л}} / \rho_{\text{в}}, \quad (2)$$

где $m_{\text{л}}$ – масса растаявшего льда.

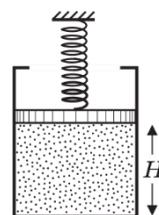
Выразим $V_{\text{л}}$ из (2):

$$V_{\text{л}} = HS \rho_{\text{в}} / (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}). \quad (3)$$

Подставив объем льда из (3) в (1), найдем объем гайки:

$$V_{\text{г}} = \frac{T}{\rho_{\text{в}} g} - HS \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}}.$$

Задача 6. В вертикально расположенном цилиндрическом сосуде под поршнем весом $F=20$ Н содержится идеальный одноатомный газ. Между поршнем и неподвижной опорой располагается пружина, жесткость которой $k = 200$ Н/м. Расстояние между поршнем и дном сосуда $H=30$ см, при этом пружина не деформирована. Какое количество теплоты Q нужно сообщить газу, чтобы поршень переместился на расстояние $\Delta h=10$ см? Атмосферное давление не учитывать.



Решение. При нагревании газ будет расширяться, совершая работу по подъему поршня и

сжатию пружины: $A = F\Delta h + \frac{k\Delta h^2}{2}$. Одновременно будет повышаться температура газа. Учитывая,

что давления газа в начальном и конечном состояниях равны $p_1 = \frac{F}{S}$ и $p_2 = \frac{F}{S} + \frac{k\Delta h}{2}$

соответственно, из уравнений состояния газа имеем: $\frac{F}{S} HS = \nu RT_1$,

$$\left(\frac{F}{S} + \frac{k\Delta h}{2}\right)(H + \Delta h) S = \nu RT_2, \text{ откуда } T_2 - T_1 = \frac{1}{\nu R} [(F + k\Delta h)(H + \Delta h) - FH].$$

Поскольку $Q = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A$, то $Q = \frac{1}{2} (5F + 3kH + 4k\Delta h) \Delta h = 18$ Дж

Задача 7. Электрон влетает в однородное поле плоского конденсатора параллельно обкладкам. На участке длиной s он отклоняется на h мм от первоначального направления. Какую начальную скорость имел электрон, если разность потенциалов между обкладками конденсатора равна U , а расстояние между ними равно d .

Решение. Электрон, имея начальную скорость v_0 , параллельную пластинам конденсатора, влетает в его электрическое поле. В поле на него действует сила со стороны электрического поля, направленная перпендикулярно скорости. Влиянием силы тяжести на движение электрона пренебрегаем, так как она очень мала.

В результате действия силы \vec{F} траектория движения электрона искривляется, и он начинает двигаться в сторону положительной пластины. Скорость электрона в горизонтальном направлении постоянна (так как в этом направлении на него не действуют никакие силы), а в вертикальном направлении он движется равноускорено под действием силы \vec{F} . Таким образом, движение заряженной частицы в конденсаторе можно рассматривать как результат двух простых движений: равномерного движения вдоль пластин и равноускоренного движения без начальной скорости перпендикулярно пластинам.

Скорость электрона в направлении, параллельном пластинам, можно найти по формуле равномерного движения

$$v_0 = \frac{s}{t}.$$

Время движения электрона в поле выразим через величины, характеризующие его движение в направлении, перпендикулярном пластинам:

$$h = \frac{at^2}{2}.$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}.$$

Ускорение найдем из второго закона Ньютона:

$$a = \frac{F}{m}.$$

$$F = eE = \frac{eU}{d}.$$

$$t = \sqrt{\frac{2hm}{F}} = \sqrt{\frac{2hmd}{eU}}.$$

Начальная скорость:

$$v_0 = \frac{s}{t} = s \sqrt{\frac{eU}{2hmd}}.$$

Задача 8. С какой скоростью v двигались в лабораторной системе отсчета (в ЛСО) часы, если за время $\tau = 5$ с (в ЛСО) они «отстали» от часов этой системы на $\Delta t = 0.10$ с? $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света.

Решение. Пусть времени в системе соответствует собственное время t_0 в системе. Согласно преобразованиям Лоренца

$$\tau = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

где $\beta = \frac{v}{c}$, так как $\Delta t = \tau - t_0$, то

$$\frac{\Delta t}{\tau} = 1 - \sqrt{1 - \beta^2}$$

тогда:

$$v = c \sqrt{(2 - \Delta t/\tau) \Delta t/\tau} = 0.6 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Решение

Вариант 2023-К1-1

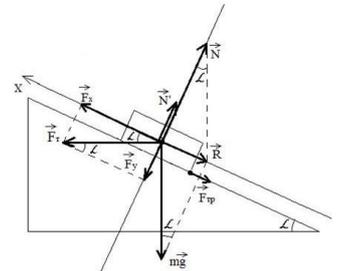
Задача 1. На ледяной горке с углом при основании $\alpha = 30^\circ$ находятся санки массой $m = 10,2$ кг. Коэффициент трения между санками и горкой $\mu = 0,1$. Какую максимальную силу, направленную горизонтально, нужно приложить к санкам, чтобы они находились в равновесии?

Решение: Санки не могут находиться в равновесии на горке, так как коэффициент трения $\mu < \operatorname{tg}\alpha$ ($0,1 < \operatorname{tg}30^\circ$). Если сила F максимальна, то сила трения направлена вниз вдоль наклонной плоскости. Запишем второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси и максимальную силу трения покоя:

$$\begin{aligned}F_{\text{тр}} &= \mu N \\0 &= F \cos \alpha - m g \sin \alpha - F_{\text{тр}} \\0 &= -F \sin \alpha + N - m g \cos \alpha\end{aligned}$$

Решаем получившуюся систему и получаем:

$$F = m g \frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} = 72 \text{ Н}$$



Задача 2. При нормальных условиях в одном кубическом сантиметре воздуха содержится $2,69 \cdot 10^{19}$ молекул (число Лошмидта). Найти среднее расстояние l между молекулами воздуха при нормальных условиях.

Решение. Нормальные условия – это температура 0°C и давление 1 атм. (10^5 Н/м^2). Так как при этом в одном кубическом сантиметре воздуха содержится $2,69 \cdot 10^{19}$ молекул, то на одну молекулу в среднем приходится объем $V = 1 / 2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^3 = 37 \cdot 10^{-21} \text{ см}^3$. Полагая, что расстояние между молекулами l равно корню кубическому из объема приходящегося на одну молекулу, получаем:

$$l \approx \sqrt[3]{V},$$

что составляет $3,3 \cdot 10^{-7} \text{ см} = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.

Задача 3. Напряженность электрического поля у поверхности Земли равна 130 В/м . Определить заряд Земли, если ее радиус 6400 км . Считать, что Земля имеет сферическую форму и заряд ее равномерно распределен по поверхности.

Решение. Поле заряженной сферы есть $E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 R^2}$, откуда

$$q = 4\pi\epsilon_0 R^2 E,$$

$$q = 130 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6,4 \cdot 10^{12} \cdot 6,4 \text{ Кл} = 5,8 \cdot 10^5 \text{ Кл}$$

Задача 4. Между полюсами электромагнита в горизонтальном магнитном поле находится прямолинейный проводник, расположенный горизонтально и перпендикулярно линиям магнитной индукции поля. Определить силу тока, идущего через проводник, чтобы сила натяжения в поддерживающих его гибких проводах стала равна 0. Индукция магнитного поля $B = 0,01 \text{ Тл}$, масса проводника $m = 10 \text{ г}$, его длина $l = 1 \text{ м}$.

Решение. В случае, когда натяжения в поддерживающих проводник проводах равно нулю, на проводник действуют только две силы: направленная вниз сила тяжести $F_g = mg$ и направленная вверх сила Ампера F_A . Условие равновесия проводника состоит в том, что векторная сумма всех действующих на него сил равна нулю. Это условие приводит к равенству

$$F_A = mg. \quad (1.1)$$

Сила Ампера определяется выражением (3). По условию задачи угол a между вектором магнитной индукции и направлением тока равен 90^0 . Поэтому в нашем случае $\sin a = 1$. В результате для силы Ампера получаем выражение

$$F_A = IBl \quad (1.2)$$

Подставляя это выражение в равенство (1.1), получаем уравнение

$$IBl = mg, \quad (1.3)$$

из которого находим величину тока

$$I = \frac{mg}{Bl}. \quad (1.4)$$

Подставляя в выражение (1.4) численные значения величин в системе СИ, получаем

$$I = \frac{10^{-2} \cdot 9,8}{10^{-2}} = 9,8 \text{ А}.$$

Задача 5. Материальная точка начинает движение горизонтально с некоторой высоты около поверхности земли. Через время T угол между тангенциальным и полным ускорением становится равным α . Найти модуль полной скорости V в этот момент.

Решение. Введём систему координат с горизонтальной осью X и вертикальной осью Y . Тогда

$$V_x = V_0, \quad V_y = -gt$$

Полное ускорение равно g , значит угол α это угол между полной скоростью и V_y .

$$V_x = V_y \operatorname{tg} \alpha$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V = gT \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Задача 6. Тело брошено с поверхности земли под углом α к горизонту. Определить отношение величин потенциальной к кинетической энергий в наивысшей точке траектории. Считать, что на поверхности земли потенциальная энергия равна нулю.

Решение. Энергия тела на поверхности земли

$$E_0 = E_{k0} = \frac{mV_0^2}{2} = \frac{m(V_{x0}^2 + V_{y0}^2)}{2} \quad (1)$$

Энергия тела в верхней точке

$$E = E_k + E_{\Pi} = \frac{m(V_x^2 + V_y^2)}{2} + E_{\Pi}$$

Учитывая, что $V_x = V_{x0}$ и $V_y = 0$, получим

$$E = E_k + E_{\Pi} = \frac{mV_{x0}^2}{2} + E_{\Pi} \quad (2)$$

Используя закон сохранения энергии приравняем (1) и (2)

$$\frac{mV_{x0}^2}{2} + E_{\Pi} = \frac{m(V_{x0}^2 + V_{y0}^2)}{2}$$

Откуда

$$E_{\Pi} = \frac{mV_{y0}^2}{2}$$

Как следует из (2) в верхней точке

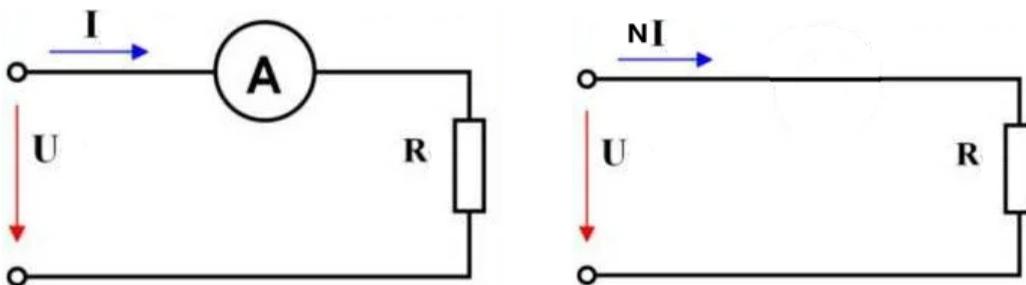
$$E_k = \frac{mV_{x0}^2}{2}$$

Тогда

$$\frac{E_{\Pi}}{E_k} = \frac{V_{0y}^2}{V_{0x}^2} = \frac{V_0^2(\sin\alpha)^2}{V_0^2(\cos\alpha)^2} = (\operatorname{tg} \alpha)^2$$

Задача 7. В сеть с постоянным напряжением включили сопротивление R . При измерении тока, протекающего через это сопротивление использовали амперметр. Чему равно сопротивление амперметра, если известно, что ток в цепи (до подключения амперметра) больше показания амперметра в N раз?

Решение. Нарисуем две схемы: с амперметром и без него.



Запишем законы Ома для однородных участков электрической цепи:

$$I = \frac{U}{R + R_A}$$

$$NI = \frac{U}{R}$$

Откуда получаем:

$$\frac{N}{R + R_A} = \frac{1}{R}$$

$$R_A = (N - 1)R$$

Задача 8. Световой луч падает на тонкую собирающую линзу под углом α к главной оптической оси и выходит под углом β к ней. Найдите расстояние от точки падения луча на линзу до главной оптической оси, если фокусное расстояние линзы равно F .

Решение. Как известно, луч, проходящий через центр линзы не преломляется, а все параллельные лучи за линзой собираются в одной точке в фокальной плоскости. Проведем через центр линзы вспомогательный луч параллельный входящему лучу. Из рисунка видно, что расстояние от главной оптической оси до точки пересечения лучей равно. $X + H = F \tan \alpha$, а $X = F \tan \beta$. Следовательно

$$H = F(\tan \alpha - \tan \beta).$$

